

## 4t ESO OPCIO B TREBALL ESTIU 2010

Es recomana fer aquestos exercicis per a preparar la prova de setembre

### ENTERS

1.- Calcula:

a)  $(-2)^3 =$

b)  $(-2)^3 =$

c)  $(-2)^4 =$

d)  $(-2)^4 =$

Solució 5: - 8, 8, 16, -16.

Solució 6: - 11, 7, 3, -4, 52, -1, 2, -107.

2.- Calcula:

a)  $3-2\cdot 7 =$

b)  $(3-2)\cdot 7 =$

c)  $15-2\cdot 6 =$

d)  $5-3\cdot [4-(2-5)^2: 9] =$

e)  $4-7\cdot (2-8)+3\cdot 2 =$

f)  $5-(3-1)^3+4:2 =$

g)  $7-(8-3)^2:5+2\cdot (2-5):6+1 =$

h)  $9-10^2-(8-4)^2 =$

### FRACCIONS

3.- Quant ha de valer x perquè les següents parelles de fraccions siguin equivalents?

a)  $\frac{x}{81}$  i  $\frac{6}{18}$ . [Solució:  $x=27$ ]

c)  $\frac{2x}{192}$  i  $\frac{7}{12}$ . [Solució:  $x=56$ ]

b)  $\frac{x}{24}$  i  $\frac{3}{4}$ . [Solució:  $x=18$ ]

d)  $\frac{x+4}{10}$  i  $\frac{18}{15}$ . [Solució:  $x=8$ ]

4.- Calcula i simplifica:

a)  $\frac{-2}{15} + \frac{3}{5} - \frac{7}{2} =$

b)  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}} =$

c)  $\frac{-2}{15} + \frac{3}{5} : \frac{4}{3} =$

d)  $\left(\frac{-2}{15} + \frac{3}{5}\right) : \frac{4}{3} =$

e)  $\left(\frac{-3}{4} + \frac{1}{2}\right)^2 =$

f)  $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

g)  $-4 + \frac{5}{9} : \left(\frac{7}{12} - \frac{13}{18}\right)^2 =$

h)  $\frac{-\frac{3}{5} + \frac{7}{2}}{3 - \frac{7}{4}} =$

i)  $\frac{\frac{-3}{10} + \frac{7}{2} \left(\frac{3}{5} - 4\right)}{\frac{7}{2} + \frac{1}{3}} =$

j)  $\frac{\left(\frac{5}{2}\right)^9 : \left(\frac{5}{2}\right)^7 - \frac{23}{4}}{\frac{3}{8} + \frac{7}{4}} =$

k)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

l)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} =$

m)  $2^{-1} =$

Solucions:  $\frac{-91}{30}, \frac{3}{10}, \frac{19}{60}, \frac{7}{20}, \frac{1}{16}, \frac{13}{16}, \frac{124}{5}, \frac{58}{25}, \frac{-393}{460}, \frac{4}{17}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ .

## NOMBRES

5.- Completa la taula següent:

	Notació convencional	Notació científica
1)	207 000 000 000 000 000 000 000	
2)	0,000 000 000 000 049	
3)	1 200 000 000 000 000 000 000	
4)		$2,53 \cdot 10^{-13}$
5)		$4,235 \cdot 10^{16}$
6)		$2,6 \cdot 10^{-12}$

6.- Diguis el menor conjunt numèric al qual pertanyen aquestos nombres reals:

a)  $\sqrt{7}$ ; b)  $\sqrt{2}$ ; c) 13,233786...; d) 13,233786; e)  $\frac{3}{4}$ ; f) 0,003; g)  $3\pi$ ; h)  $\sqrt{16}$ ; i)  $4 + \sqrt{3}$ ; j) -8.

Solució: a) I; b) I; c) I; d) Q; e) Q; f) Q; g) I; h) N; i) I; j) Z

## RADICALS

7.- Extreu tots els factors que es pugui fora dels següents radicals:

a)  $\sqrt[4]{3^{25} \cdot 2^{12} \cdot 5^{37}}$

b)  $\sqrt[3]{2^{10} \cdot x^8 \cdot y^6}$

c)  $\sqrt[4]{\frac{3^{15} \cdot x^5}{2^{10} \cdot y^8}}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{81x^2}{1024y^{15}}}$

e)  $\sqrt{\frac{63x^2}{125z^3}}$

8.- Introdueix els factors que estan fora, dintre dels respectius radicals:

a)  $5\sqrt{7}$

b)  $5^3 \cdot \sqrt{7}$

c)  $3\sqrt{21}$

d)  $3 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{7}$

e)  $2x^2 \cdot \sqrt[4]{5x^3}$

f)  $3xy^2 \cdot \sqrt[3]{2x^2y}$

9.- Opera:

a)  $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} =$

b)  $8\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 14\sqrt{2} - \sqrt{243} =$

c)  $3\sqrt{7} - \frac{5}{4}\sqrt{7} - 4\sqrt{343} =$

d)  $3\sqrt{12} - \frac{1}{2}\sqrt{9} - 5\sqrt{27} + 4 - \frac{4}{3}\sqrt{3} + \sqrt{3} =$

e)  $7\sqrt{24} - 2\sqrt{6} - 3\sqrt{8} + \sqrt{25} - 5\sqrt{27} + 3 - \sqrt{2} - \sqrt{6} =$

10.- Racionalitza les quantitats següents:

a)  $\frac{8}{\sqrt{2}} =$

b)  $\frac{-7}{2\sqrt{3}} =$

c)  $\sqrt{\frac{3}{5}} =$

d)  $\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{7}} =$

e)  $\frac{2}{3 + \sqrt{5}} =$

g)  $\frac{\sqrt{5}}{2 + \sqrt{3}} =$

f)  $\frac{-3}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} =$

h)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$

## PROBLEMES DE FRACCIONS I PERCENTATGES

- 11.- Una bicicleta petita costa 62 €. Si se li rebaixa un 12%, quant costarà? [Solució: 54,56€]
- 12.- Aquest mes ha pagat 10 € per usar el mòbil. El mes passat havia pagat només 8 €. Troba quin increment relatiu he tingut en percentatge, és a dir, quin tant per cent d'increment he tingut en la despesa del mòbil en passar d'un mes a l'altre. [Solució: 25%]
- 13.- Si el 3% d'una quantitat és 1,35, quant és aquesta quantitat, és a dir, quant és el 100%? Pots plantejar l'exercici com una senzilla equació o amb una regla de tres. [Solució: 45€]
- 14.- Si el 5% de  $x$  és 20, quant val  $x$ ? L'exercici es pot resoldre com l'anterior. [Solució: 400]
- 15.- Omple el dipòsit de benzina del cotxe i començo a circular. Primerament gasto un 30% del dipòsit. Del que em queda gasto quatre cinques parts. Finalment gasto la meitat del que m'ha quedat i l'ordinador del cotxe em diu que em queden 3,14 L (em quedo en reserva i a punt de quedar-me aturat!). Quants litres hi caben al dipòsit? [Solució: 45 L]

## EQUACIONS DE 1r GRAU

16.- Resol :

a)  $\frac{2-x}{5} = \frac{9x-2}{3}$ .

b)  $\frac{x-6}{3} = \frac{2x+6}{7}$ .

c)  $\frac{x-7}{3} = x+8$ .

d)  $\frac{2x-5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{1-2x}{2} + 7$ .

e)  $\frac{3x-2}{5} + \frac{5x}{4} = \frac{3-4x}{2}$ .

f)  $\frac{7x-4}{4} - \frac{5-x}{2} = \frac{1-3x}{6}$ .

g)  $\frac{3(2x-4)}{2} - 9 = 1 - \frac{3-5x}{6}$ .

h)

i)  $\frac{2x-7}{10} - (2x+4) = \frac{x}{4} - \frac{1-2x}{5}$ .

j)  $\frac{5(2x-3)}{9} - \frac{x+2}{3} = \frac{x+1}{6} - \frac{4-3x}{9}$

Solucions:  $\frac{1}{3}, 60, \frac{-31}{2}, \frac{97}{18}, \frac{38}{77}, \frac{4}{3}, \frac{93}{23},$   
 $\frac{-90}{49}, \frac{37}{5}$

## SISTEMES DE DUES EQUACIONS LINEALS AMB DUES INCÒGNITES

17.- Resol els següents sistemes pel mètode que consideres més adient:

a)  $\begin{cases} 2x - 7y = -30 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$  . Sol:  $x=-1; y=4$

b)  $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 3x - 6y = 21 \end{cases}$  . Sol:  $x=3; y=-2$

c)  $\begin{cases} 2x + 5y = -29 \\ 7x - 3y = 42 \end{cases}$  . Sol:  $x=3; y=-7$

e)  $\begin{cases} -4x + 3y = 1 \\ 2x - 5y = -6 \end{cases}$  . Sol:  $x=\frac{13}{14}; y=\frac{11}{7}$

d)  $\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$  . Sol:  $x=\frac{-2}{13}; y=\frac{-17}{13}$

f)  $\begin{cases} 4x - 2y = -9 \\ 5x - 3y = 12 \end{cases}$  . Sol:  $x=\frac{51}{2}; y=\frac{-93}{2}$

## EQUACIONS

18.- Resol les següents equacions biquadrades:

a)  $2x^4 - 26x^2 + 72 = 0$ . [Solució:  $x_1=3$ ;  $x_2=-3$ ;  $x_3=2$ ;  $x_4=-2$ ]

b)  $x^4 - 9x^2 - 400 = 0$ . [Solució:  $x = \pm 5$ ]

c)  $x^4 - 16x^2 = 0$ . [Solució:  $x=0$ ;  $x = \pm 4$ ]

d)  $x^4 - 36 = 0$ . [Solució:  $x = \pm \sqrt{6}$ ]

19.- Resol les següents equacions irracionals i recorda de comprovar-ne la solució:

a)  $\sqrt{x^2 + x + 8} - 1 = x$ .

d)  $\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{19 + x} = 0$ .

b)  $\sqrt{2x + 11} - x = 4$ .

e)  $\sqrt{x + 8} - \sqrt{x} = 2$ .

c)  $\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{5} = 0$ .

f)  $\sqrt{x^2 - 13} + 2 = \sqrt{x^2 + 15}$ .

Solució: 7, 7,  $\pm 2$ , -3 i  $7/2$ , 1,  $\pm 7$ .

20.- Resol els següents sistemes d'equacions no lineals:

a)  $\begin{cases} x^2 - 3y + 7 = 23 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$  .Sol: (5,3) i  $\left(-\frac{13}{2}, \frac{35}{4}\right)$

b)  $\begin{cases} x^2 + xy = -2 \\ x + 4y = -11 \end{cases}$  .Sol: (1,-3) i  $\left(\frac{8}{3}, -\frac{41}{12}\right)$

## TRIGONOMETRIA

21.- Completa les fórmules següents:

a)  $\cos^2 \alpha + \dots = 1$

d)  $1 + \dots = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

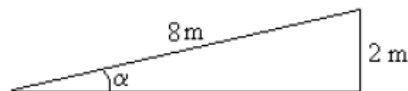
b)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\dots}$

e)  $1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \frac{1}{\dots}$

c)  $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\dots}$

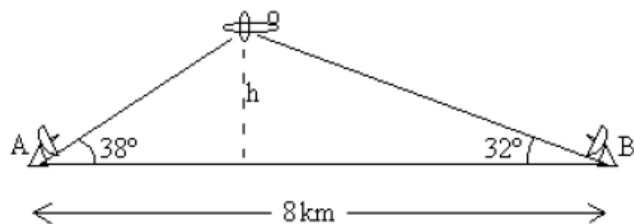
22.- Resol els problemes següents:

- a) Una rampa com la de la figura de la dreta permet pujar verticalment 2 m recorrent 10 m sobre la rampa. Quant val l'angle  $\alpha$ ? [Solució:  $14,48^\circ$ ]

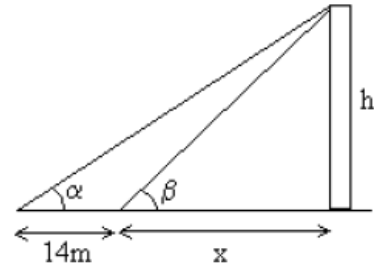


- b) Un fanal vertical projecta una ombra de 3 m sobre el terra quan els raigs de sol formen un angle de  $60^\circ$  amb el terra horitzontal. Troba l'altura del fanal. [Solució:  $5,196 \text{ m}$ ]
- c) En un triangle isòsceles el costat que és diferent als altres fa 22 cm i l'angle que és diferent als altres dos fa  $30^\circ$ . Troba l'altura, l'àrea i el perímetre del triangle. [Solució: altura= $41,053 \text{ cm}$ ; àrea= $451,58 \text{ cm}^2$ ; perímetre= $107,00 \text{ cm}$ ]
- d) Calcula l'àrea i el perímetre d'un pentàgon regular inscrit en una circumferència de radi 70 cm. [Solució: àrea= $11650,44 \text{ cm}^2$ ; perímetre= $411,45 \text{ cm}$ ]

- e) Troba l'altura  $h$  a què vola l'avió de la figura de la dreta. [Solució:  $2,778 \text{ km}$ ]



- f) Observa la figura de la dreta. Amb les dades que hi apareixen i sabent que els angles  $\alpha=20^\circ$  i  $\beta=28^\circ$ , troba l'altura desconeguda  $h$  i la distància  $x$ .  
[Solució:  $h=16,152\text{ m}$ ;  $x=30,378\text{ m}$ ]



## PROBABILITAT

23. Descriu quin és l'espai mostral  $E$  associat a cada experiment aleatori:

- S'extreu una carta d'una baralla i s'anota el seu pal.
- Tirem dos daus i multipliquem els resultats obtinguts.

24. Escollim, a l'atzar, una lletra de la paraula MATEMATIQUES (sense accents).

- Determina l'espai mostral associat.
- Determina el conjunt de casos associat a cada esdeveniment.
- Determina la probabilitat d'obtenir la lletra "A"

25. Tenim una bossa amb sis boles: Tres blaves, dues vermelles i una negra. Agafem una bola a l'atzar.

- Determina l'espai mostral  $E$  associat.
- Determina l'espai de casos associat a cada esdeveniment..
- Determina la probabilitat associada a cada esdeveniment.

26. Amb la mateixa bossa anterior, ara agafem dues boles (sense tornar la primera a la bossa).

- Determina l'espai mostral  $E$  associat.
- Determina l'espai de casos mitjançant una taula de files i columnes.
- Determina la probabilitat associada a cada esdeveniment.

27. A la Maria li ha trucat la seva amiga Alba i han quedat al parc per fer footing. La Maria no sap quina roba posar-se. Mira dins el seu armari i observa que té 3 samarretes (lila, rosa i blava), 3 pantalons curts (texans, ciclista i esport) i 2 parells de bambes (noves i velles). Determina-les totes les combinacions possibles mitjançant un arbre.

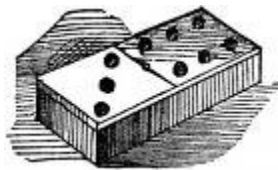
28. A la classe de 4t d'ESO s'ha d'elegir un delegat, un subdelegat i un encarregat de manteniment. Es presenten cinc candidats; La Maria, en Joan, en Lluís, la Irene i en Carles. La votació es farà omplint unes paperetes on s'ha d'indicar el nom de l'alumne triat per cada càrrec:

<p><b>Delegat:</b>  <b>Subdelegat</b>  <b>Encarregat de manteniment:</b></p>
--

Quantes paperetes diferents es poden fer? (SENSE fer un arbre) (s'entén que no es pot votar a la mateixa persona per a dos càrrecs diferents)

29. Determina (sense fer l'arbre) quants nombres de 3 xifres que es poden formar amb els dígit 5-6-7-8. (Per exemple: 555, 556, 758, 788, 568 etc...)

30. Agafem a l'atzar una fitxa de dòmino i sumem els seus punts.



- Determina l'espai mostral.
- Determina la probabilitat associada a cada esdeveniment elemental Quin és el valor més probable?

29.-Siguin els polinomis:  $A(x) = 2x^4 + 6x^2 - 1$ ,  $B(x) = x^2 - x + 2$ ,  $C(x) = x^3 - x$

Calcula:

- $A(x) - (B(x) - C(x)) =$
- $A(x) \cdot B(x) =$
- $A(x) : C(x) =$

30. Factoritza els polinomis i troba les arrels:

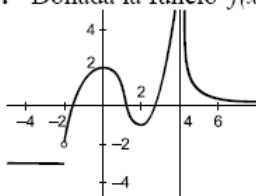
a)  $P(x) = x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 12x$

b)  $Q(x) = 4x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 2x + 2$

.C) Troba el valor de a per tal que  $P(x) = 2x^3 - 6x^2 + ax + 6$  sigui divisible per  $x-2$

## FUNCIONS

31.- Donada la funció  $f(x)$  mitjançant gràfic següent:



Indica quines són les seves característiques.

32.- Diques si són vertaderes o falses aquestes afirmacions.

- a) La recta  $y = 3x - 5$  passa pels punts  $(0, -5)$  i  $(2, 3)$ .
- b) La recta el pendent de la qual és  $m = 3$  i que passa pel punt  $(0, -2)$  és:  $y = 3x - 2$
- c) El pendent de la recta  $y = -5$  és  $-5$ .
- d) El pendent de la recta  $y = 3 - \frac{3}{4}x$  és  $m = -\frac{3}{4}$ .
- e) Representa les rectes dels apartats que siguin certs.

Solució:  $F$ [no passa per  $(2, 3)$ ];  $V$ ;  $F$ [el pendent és zero];  $V$ .

33.- Representa gràficament les paràboles següents determinant els seus elements:

- a)  $y = x^2 + 4x - 5$
- b)  $y = 2x^2 + 8x + 6$
- c)  $y = -x^2 + 6x$
- d)  $y = x^2$
- e)  $y = -x^2$
- f)  $y = x^2 + 3$

34.- Representa la funció definida "a trossos" següent:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < -2 \\ x - 2 & \text{si } -2 \leq x < 3 \\ x^2 - 9 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

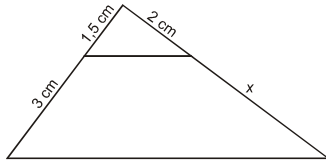
35.- Calcula el domini i representa gràficament cadascuna d'aquestes funcions.

$$a) y = \sqrt{x-1} \quad b) y = \frac{-3}{x-2} \quad c) y = \left(\frac{1}{6}\right)^x$$

36.-Un arquitecte ha fet una maqueta a escala 1:100 d'un edifici destinat a oficines amb forma de cub l'aresta del qual mesura 70 m. Calcula les dimensions de la maqueta i la superfície de la planta.

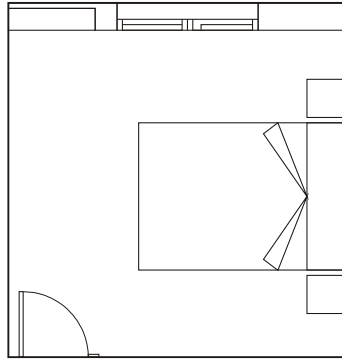
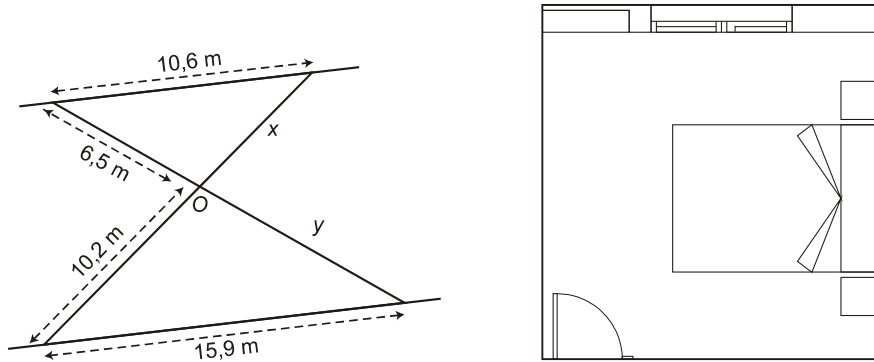
37.-Entre en Sergi, de 152 cm d'alçada, i un arbre, hi ha un basal petit en què se'n reflecteix la copa. Calcula l'alçària de l'arbre sabent que les distàncies que separen en Sergi del basal i de l'arbre són de 3,2 m i 10,7 m, respectivament.

38.-Calcula el valor de  $x$ .



39.-Els costats de dos rectangles regulars mesuren 7 cm i 5 cm, respectivament. Calcula la raó de semblança . Si el mes petit té un àrea de 5 m<sup>2</sup>, calcula l'àrea del gran.

40.-Dos camins paral·lels estan units per dos ponts, que, al seu torn, es tallen en el punt O. A partir de les mesures de la figura, calcula la longitud dels dos ponts.



41.-En Marc ha realitzat aquest pla de la seva habitació a escala 1:50. Calcula l'àrea de l'habitació i les dimensions del llit.

42.-Un rectangle té aquestes dimensions: 3 cm × 6 cm. Calcula l'àrea i les dimensions d'un altre rectangle semblant a aquest, sabent que la raó entre les seves àrees és de  $\frac{9}{4}$ .

43.-Per amidar l'alçària d'una muntanya, en Pere, de 182 cm d'alçada, se situa a 2,3 m d'un arbre de 3,32 m situat entre ell i la muntanya de manera que la seva copa, el cim de la muntanya i els ulls de en Pere es troben en línia. Si en Pere es troba a 138 m de la base de la muntanya, calcula'n l'alçària.

44.-Una torre mesura 100 m d'alçària. En un determinat moment del dia, una vara vertical de 40 cm produeix una ombra de 60 cm. Quant mesurarà l'ombra que projecta la torre en aquest mateix moment?